|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ASK\_01 | Romaniak Hubert | Informatyka niestacjonarna III rok | Semestr zimowy 2024/25 |

# Wstęp teoretyczny

## Bramki logiczne

Bramki logiczne to podstawowe dyskretne elementy fizyczne systemów komputerowych. Operują one wyłącznie na logicznych stanach 1 (PRAWDA/WYSOKI) i 0 (FAŁSZ/NISKI). Stany te są reprezentowane przez wysokie i niskie napięcia na przewodnikach i pinach tych bramek. Realizują one proste funkcje logiczne za pomocą algebry Boole’a.

## Budowa bramek logicznych

Każda bramka logiczna składa się z (najczęściej) kilku tranzystorów połączonych ze sobą w odpowiedni sposób w celu realizowania zadanej funkcji logicznej. Tranzystory są więc elementami składowymi bramek logicznych, jednak w przeciwieństwie do nich, są elementami analogowymi, zatem nie operują na wartościach dyskretnych.

## Układy logiczne

Zespół odpowiednio połączonych ze sobą bramek logicznych tworzy układ logiczny. Jest to układ realizujący bardziej złożoną logikę. Układy takie mogą być kombinacyjne – działające czysto funkcyjnie, nie posiadające wewnętrznego stanu, lub sekwencyjne – mogą mieć wewnętrzny stan, a ich działanie zależy zarówno od ich obecnego, jak i poprzedniego stanu.

# Wykorzystane aksjomaty i definicje

* funkcja logiczna **NOT** (negacja)

|  |  |
| --- | --- |
|  | / NOT |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Tabela - tabela prawdy dla funkcji logicznej **NOT**

* funkcja logiczna **AND** (koniunkcja)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / AND |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tabela - tabela prawdy dla funkcji logicznej **AND**

* funkcja logiczna **OR** (alternatywa)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / OR |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Tabela - tabela prawdy dla funkcji logicznej **OR**

* funkcja logiczna **XOR** (alternatywa rozłączna)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / XOR |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Tabela - tabela prawdy dla funkcji logicznej **XOR**

* funkcja logiczna **NAND** (dysjunkcja)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / NAND |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Tabela - tabela prawdy dla funkcji logicznej **NAND**

* funkcja logiczna **NOR** (binegacja)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / NOR |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

Tabela - tabela prawdy dla funkcji logicznej **NOR**

Definicja alternatywy rozłącznej:

# Wykorzystane prawa i własności

* własność stałej
* własność stałej
* własność stałej
* własność stałej
* własność stałej
* własność stałej
* prawo idempotentności
* prawo idempotentności
* własność tożsamości
* własność negacji
* własność negacji
* własność negacji
* prawo podwójnej negacji
* prawo przemienności
* prawo przemienności
* prawo przemienności
* prawo łączności
* prawo łączności
* prawo łączności
* prawo rozdzielności
* prawo rozdzielności
* prawo rozdzielności
* prawo rozdzielności
* prawo de Morgana
* prawo de Morgana

# Zadania

Wykorzystywane prawa są zapisywane ponad znakami równoważności.

## Budowa bramki **OR** za pomocą bramek **AND** i **NOT**

Obraz zawierający diagram, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **OR** za pomocą bramek **AND** i **NOT**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | / OR |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **OR** za pomocą funkcji logicznych **AND** i **NOT**

## Budowa bramki **AND** za pomocą bramek **OR** i **NOT**

Obraz zawierający diagram, design

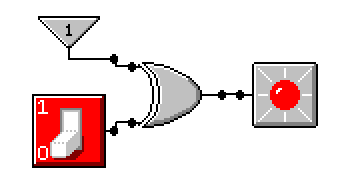
Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **AND** za pomocą bramek **OR** i **NOT**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | / AND |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **AND** za pomocą funkcji logicznych **OR** i **NOT**

## Budowa bramki **NOT** za pomocą bramki **XOR**



Rysunek - schemat logiczny bramki **NOT** za pomocą bramki **XOR**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | / NOT |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NOT** za pomocą funkcji logicznej **XOR**

## Budowa bramki **OR** za pomocą bramek **XOR** i **AND**

Obraz zawierający szkic, diagram, krąg, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **OR** za pomocą bramek **XOR** i **AND**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | / OR |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **OR** za pomocą funkcji logicznych **XOR** i **AND**

## Budowa bramki **AND** za pomocą bramek **XOR** i **OR**

Obraz zawierający diagram, szkic, krąg, design

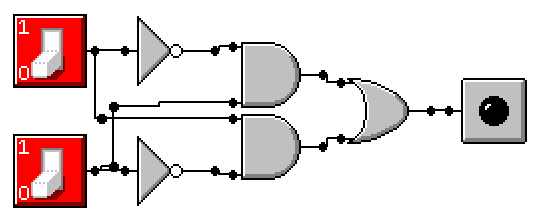
Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **AND** za pomocą bramek **XOR** i **OR**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | / AND |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **AND** za pomocą funkcji logicznych **XOR** i **OR**

## Budowa bramki **XOR** za pomocą bramek **AND**, **OR** i **NOT**



Rysunek - schemat logiczny bramki **AND** za pomocą bramek **XOR** i **OR**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | / XOR |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **AND**, **OR** i **NOT**

## Budowa bramki **NAND** za pomocą bramek **AND** i **NOT**

- z definicji funkcji logicznej **NAND**, żadne przekształcenia nie są wymagane

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **NAND** za pomocą bramek **AND** i **NOT**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | / NAND |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NAND** za pomocą funkcji logicznych **AND** i **NOT**

## Budowa bramki **NOR** za pomocą bramek **OR** i **NOT**

- z definicji funkcji logicznej **NOR**, żadne przekształcenia nie są wymagane

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **NOR** za pomocą bramek **OR** i **NOT**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | / NOR |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NOR** za pomocą funkcji logicznych **OR** i **NOT**

## Budowa bramki logicznej **NOT** za pomocą bramki **NAND**

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, tekst, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **NOT** za pomocą bramki **NAND**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | / NOT |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NOT** za pomocą funkcji logicznej **NAND**

## Budowa bramki logicznej **AND** za pomocą bramek **NAND**

Obraz zawierający zrzut ekranu, krąg, diagram, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **AND** za pomocą bramek **NAND**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | / AND |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **AND** za pomocą funkcji logicznych **NAND**

## Budowa bramki **OR** za pomocą bramek **NAND**

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, krąg, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **OR** za pomocą bramek **NAND**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | / OR |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **OR** za pomocą funkcji logicznych **NAND**

## Budowa bramki **NOT** za pomocą bramki **NOR**

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, krąg, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **NOT** za pomocą bramki **NOR**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | / NOT |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NOT** za pomocą funkcji logicznej **NOR**

## Budowa bramki **OR** za pomocą bramek **NOR**

Obraz zawierający diagram, szkic, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **OR** za pomocą bramek **NOR**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | / OR |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **OR** za pomocą funkcji logicznych **NOR**

## Budowa bramki **AND** za pomocą bramek **NOR**

Obraz zawierający diagram, szkic, kreskówka, krąg

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **AND** za pomocą bramek **NOR**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | / AND |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabela - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **AND** za pomocą funkcji logicznych **NOR**

## Budowa bramki **NOR** za pomocą bramek **NAND**

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, krąg, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek - schemat logiczny bramki **NOR** za pomocą bramek **NAND**

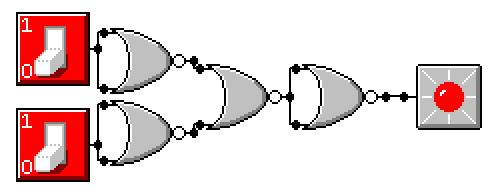
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Tabela .1 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NOR** za pomocą funkcji logicznych **NAND** (część 1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / NOR |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

Tabela 1.2 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NOR** za pomocą funkcji logicznych **NAND** (część 2)

## Budowa bramki **NAND** za pomocą bramek **NOR**



Rysunek 16 - schemat logiczny bramki **NAND** za pomocą bramek **NOR**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Tabela 2.1 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NAND** za pomocą funkcji logicznych **NOR** (część 1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | / NAND |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |

Tabela 2.2 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **NAND** za pomocą funkcji logicznych **NOR** (część 2)

## Budowa bramki **XOR** za pomocą bramek **NAND**

Obraz zawierający diagram, zrzut ekranu, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek 17 - schemat logiczny bramki **XOR** za pomocą bramek **NAND**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Tabela 3.1 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **NAND** (część 1)

|  |  |
| --- | --- |
|  | / XOR |
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 1 | 1 |
| 0 | 0 |

Tabela 3.2 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **NAND** (część 2)

## Budowa bramki **XOR** za pomocą bramek **NOR**

Obraz zawierający diagram, szkic, krąg, design

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek 18 - schemat logiczny bramki **XOR** za pomocą bramek **NOR**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Tabela 4.1 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **NOR** (część 1)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Tabela 4.2 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **NOR** (część 2)

|  |
| --- |
|  |
| 1 |
| 0 |
| 0 |
| 1 |

Tabela 24.3 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **NOR** (część 3)

|  |  |
| --- | --- |
|  | / XOR |
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 1 | 1 |
| 0 | 0 |

Tabela 24.4 - sprawdzenie poprawności realizacji funkcji logicznej **XOR** za pomocą funkcji logicznych **NOR** (część 4)

# Wnioski

Para dowolnej bramki niebędącej bramką **NOT** z bramką **NOT** pozwala zbudować układ realizujący dowolną funkcję logiczną. Taka para bramek nazywana jest układem zupełnym.

Ponadto, za pomocą wyłącznie bramek **NAND** lub wyłącznie bramek **NOR** również jest możliwość zbudowania układu realizującego dowolną funkcję logiczną. Bramki te są nazywane funkcjonalnie pełnymi.

Używając praw i własności algebry Boole’a jest możliwość zbudowania za pomocą każdego układu zupełnego i każdej układu bramek funkcjonalnie pełnych układu realizującego funkcjonalność dowolnej bramki logicznej.